

# Répertoire analytique de l'éthique sociale : Classer des ensembles d'opportunité.

A. Baujard

Université de Caen, Laboratoire GEMMA-CREME

Esplanade de la Paix, 14 000 CAEN

baujard@econ.unicaen.fr

Novembre 2002

## Résumé

Nous proposons une typologie des différentes règles éthiques des ensembles d'opportunités. Celles-ci sont présentées selon deux types d'entrées. D'une part, les valeurs jugées fondamentales ou les conditions exigées pour des raisons normatives correspondent aux fondements éthiques du classement (représentées par les conditions, parfois appelées axiomes). D'autre part, les caractéristiques des options ou des ensembles permettent de distinguer entre les différentes circonstances (énoncées à travers le plan de la présentation).

Selon notre interprétation de ces structures formelles, les ensembles d'opportunité permettent de représenter les comparaisons de situations de choix individuelles selon certaines valeurs morales : utilité, liberté de choix, autonomie, liberté négative. Elles permettent en outre de représenter les comparaisons de situations de choix selon un critère de bien-être global pluraliste, qui tient compte de différentes valeurs morales à la fois. Ces représentations formelles permettent de distinguer les conditions exactes qui sont nécessaires et suffisantes pour caractériser une famille de règle, ainsi que de mettre en valeur les différentes incompatibilités entre principes, entre règles et principes.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Classement selon différentes valeurs morales ou prudentielles</b>	<b>3</b>
1.1	Classement selon l'utilité de l'objet classé . . . . .	3
1.1.1	Si l'on connaît nos préférences et si elles sont stables. . . . .	4
1.1.2	Si notre relation de préférence est incertaine. . . . .	4
1.2	Classement selon l'autonomie de l'agent ou la significativité des choix . . . . .	7
1.2.1	Si l'on considère toute relation de préférence possible pour définir l'autonomie de l'agent . . . . .	7
1.2.2	Si l'on considère les relations de préférences raison- nables pour définir l'autonomie de l'agent . . . . .	8
1.2.3	Si l'on tient compte de la similitude des options pour évaluer le choix. . . . .	12
1.3	Classement de liberté négative . . . . .	15
1.3.1	Un classement général . . . . .	15
1.3.2	Si l'on tient compte de l'effet des progrès technologiques	16
<b>2</b>	<b>Classement de bien-être global</b>	<b>18</b>
2.1	Si l'utilité a priorité sur la liberté . . . . .	19
2.1.1	Valeurs liées . . . . .	19
2.1.2	Pondération des deux valeurs . . . . .	20
2.1.3	Priorité lexicographique . . . . .	22
2.2	Priorité de la liberté sur l'utilité. . . . .	24
2.3	Liberté et utilité sur un même plan. . . . .	24
2.3.1	Sans arbitrage possible. . . . .	24
2.3.2	Avec incomplétude en cas d'indifférence. . . . .	25
2.3.3	Avec complétude et continuité. . . . .	25

# 1 Classement selon différentes valeurs morales ou prudentielles

## 1.1 Classement selon l'utilité de l'objet classé

Si la valeur fondamentale est identifiée comme étant l'utilité, alors dire que  $A \succ B$  se traduit par :  $A$  offre plus d'utilité indirecte que  $B$ .

Cela se traduit par l'application de principes d'indifférence à la taille et de dépendance à l'utilité :

- i) Tout d'abord le principe dit d'*indifférence minimale* : le fait d'étendre l'ensemble d'opportunité nous importe peu. J'ai une attitude donnée vis-à-vis d'un ensemble d'opportunités ; imaginons que l'on ajoute de nouvelles alternatives dans cet ensemble. Selon cette condition d'indifférence minimale, on ne considérera pas nécessairement que le nouvel ensemble est meilleur. Nous pouvons être indifférent, préférer ou moins apprécier ce nouvel ensemble. Or, nous classons des ensembles de choix, dans lesquels nous choisirons dans un second temps un seul ou plusieurs des éléments de cet ensemble. Il peut donc sembler étrange que l'ajout de nouvelles alternatives puissent détériorer l'utilité indirecte de l'ensemble. Pour l'empêcher, on devra imposer d'autres conditions.
- ii) Ensuite, comme ce que l'on valorise est l'utilité, ces classements doivent respecter l'axiome d'*extension* : les classements doivent respecter l'ordre des préférences quand ils sont réduits à un singleton. En d'autres termes, si l'on cherche à comparer deux ensembles qui ne comprennent chacun qu'un seul élément, le classement des ensembles devra être cohérent avec le classement des préférences entre ces deux éléments. On appelle aussi cette condition l'axiome de *dominance simple*.
- iii) On peut aussi parler de la condition de *neutralité*. En effet, selon cette condition, seules les informations sur l'utilité des options nous importe, pas la caractérisation des options elles-mêmes. Cet axiome assure que l'on se situe dans un cadre d'étude welfariste. On devra l'abandonner pour se situer dans un cadre post-welfariste.

### 1.1.1 Si l'on connaît nos préférences et si elles sont stables.

**Propriété 1** Classement des ensembles par classement des éléments les meilleurs de chaque ensemble.

*Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , on a :  $A \succeq_U B$  si et seulement si  $\max(A)R\max(B)$ .*

Ce classement correspond au classement de la microéconomie de base. En effet, ce classement respecte l'*axiome de dominance* et l'*axiome d'indifférence minimale*, mais aussi l'*axiome de monotonie simple*. Si l'on ajoute de nouvelles options qui conduisent à une utilité moins importante, on ne les choisira pas de toutes façons. L'utilité indirecte apportée par l'ensemble ne peut donc pas décroître.

Mais ce classement n'a de sens que si, les options incluent d'une part, et d'autre part la relation de préférence reflète tout ce qui est pertinent. Il faut notamment tenir compte dans cette relation des possibles regrets, intégrer les conséquences des éventuels reproches, ainsi que les coûts de la décision, les angoisses de ne pas avoir bien fait,...

### 1.1.2 Si notre relation de préférence est incertaine.

On devrait distinguer trois cas, d'une part, le cas risqué, le cas incertain et l'incertain total. Dans le premier cas, on connaît les différentes relations de préférences possibles et leur probabilité d'occurrence. Dans le deuxième cas, on ne connaît pas la probabilité d'occurrence de ces relations. Dans le dernier cas en incertain total, on ne connaît même pas les relations de préférences qui pourraient être les nôtres en seconde période.

Toutefois, nous ne verrons ici qu'un seul cas, le cas risqué. En effet, c'est le seul cas étudié dans la littérature sur la liberté de choix que nous connaissons. Il s'agit de dire que nos préférences, définies par une relation binaire sur l'ensemble des options possibles  $X$  peuvent conduire à différents classements. Plus simplement, elles peuvent être représentées par différentes fonctions d'utilité. On distingue entre ces différentes utilités, pour Kreps comme pour Arrow par une simple paramètre  $s \in S$ , qui caractérise chaque état possible. Nous adaptons donc les notations présentées ci-dessus. On a donc :  $u : S \times X \rightarrow \mathbb{R}$ . La fonction utilité de seconde période  $u(., .)$  définie sur l'ensemble des options sera donc différente selon le paramètre  $s$ . Pour un  $s$  donné, et

pour un ensemble d'opportunité choisi au cours de la première période  $A$ , l'utilité de seconde période sera égale à  $u(s, \max A)$ . Or, on cherche à définir une relation de préférence pour la première période, définie sur l'ensemble des ensembles d'opportunité possible et sur l'ensemble des états possibles. On a donc :  $U : S \times X \rightarrow \mathbb{R}$ .

**1.1.2.i) Si on veut un classement complet des ensembles.**

**Propriété 2** Classement des ensembles par la somme des utilités atteintes selon chaque état possible de nos préférences.

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , on a :  $A \succeq_{UI} B$  ssi

$$\sum_s [\max_{x_A \in A} U(S, A)] \geq \sum_s [\max_{x_B \in B} U(S, B)]$$

Kreps [1979][10] : On n'est pas sûr de nos préférences de seconde période. Une relation binaire *transitive* et *complète* et satisfait les axiomes de *monotonie faible* et de *composition* si et seulement s'il existe un ensemble fini d'états possibles déterminant nos diverses préférences de seconde période et une fonction d'utilité définie sur l'ensembles des options et des états  $U : X \times S \rightarrow \mathbb{R}$  tel que la relation  $\succeq$  est représentée par :

$$v(x) := \sum_s [\max_{x_A \in A} U(S, A)]$$

Tout se passe comme si l'individu maximisait son utilité dépendant d'un état déterminant ses préférences, définie comme l'utilité de la consommation qu'il choisirait dans cet état. Comme il n'identifie pas cet état, il maximise la somme de ces utilités.

**Condition 1 (MF) Monotonie faible :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , on a :  $A \supseteq B$  implique  $A \succeq B$ .

**Condition 2 (Com) Composition :**

Pour tout  $A, B, C \in \Pi(X)$ , on a :  $A \sim A \cup B$  implique que pour tout  $C$ ,  $A \cup C \sim A \cup B \cup C$ .

**1.1.2.ii) Si on veut un classement des ensembles à partir de toutes les préférences possibles.**

**Propriété 3** Classement à l'unanimité de Foster.

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , on a :  $A \succsim_F B$  si et seulement si pour tout  $R_i \in \mathcal{R}$ ,  $AR_iB$

Foster [1993][6] : Un ensemble apporte plus de liberté effective, selon les termes de Foster, si l'ensemble est préféré à la fois par toutes les relations de préférence possibles. Ce classement respecte la *monotonie faible aux inclusions d'ensemble*, la *composition*, la *domination* et l'*avantage d'ajouter des menus non-comparables*. Il conduit souvent à un classement incomplet.

L'axiome de domination est appelé explicitement par Foster l'axiome d'indépendance aux alternatives dominées.

**Condition 3 (IndAD) Indépendance aux alternatives dominées :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , on a :  $A$  domine  $B$  ssi  $(A \cup B) \sim A$ . On a donc :  $A \succeq B \Rightarrow (A \cup B) \sim A$ .

**Condition 4 (MSmnc) Monotonie stricte aux menus non-comparables :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , on a : si  $A$  et  $B$  sont non comparables selon  $\succeq$ , alors  $(A \cup B) \succ A$ .

**1.1.2.iii) Si on veut un classement à partir de leurs éléments préférés par au moins une relation de préférence.**

**Propriété 4** Classement selon la fonction d'évaluation de la liberté :

$A \succsim_\theta B$  si et seulement si  $E_\theta[\max U(x, \theta) : x \in A] \geq E_\theta[\max U(x, \theta) : x \in B]$

Arrow [1995][1] :  $\theta$  est un paramètre qui suit une distribution de probabilité connue, et comprend la part d'incertitude sur nos préférences futures.

Ce classement respecte deux axiomes : la *monotonie faible aux inclusions d'ensemble* et l'*indépendance aux alternatives non-essentiels*<sup>1</sup>, i.e. le fait qu'ajouter un élément à l'ensemble d'opportunité qui n'est préféré par aucune relation de préférences possibles n'accroît pas la liberté.

---

<sup>1</sup>On peut facilement traduire "non-essentiels" par "dominées" et retrouver une formulation différente de l'axiome de domination.

## 1.2 Classement selon l'autonomie de l'agent ou la significativité des choix

Jones et Sugden [1982][8] relève une tension entre la théorie économique du choix selon laquelle les préférences sont données, et le principe de valorisation de l'acte de choix qui suppose une certaine autonomie de l'agent.

“To suppose that the act of choice requires the exercise of mental powers is to suppose that the chooser is in some considerable measure an autonomous agent ; whatever he chooses, he might have chosen something else. There is a tension between those and the idea implied in the economic theory of choice, that preferences are given. What makes significant choice possible is that preferences are not just part of a person's physiology or psychology like the colour of his eyes or a tendency to depression. [...] The concept of significant choice can best be understood by considering the various preferences that a person might have, rather than merely the preferences that he actually reveals when he finally makes a choice.”

Jones et Sugden [1982], p.59.

On traduit donc l'autonomie dans ce paragraphe comme la possibilité pour un agent de pouvoir déterminer ces choix indépendamment des choix que lui dicteraient ses propres préférences ; la valorisation du choix dépend des différentes relations de préférences qu'un individu est susceptible d'avoir, ou seulement de ce qu'un individu raisonnable est susceptible d'avoir non de ses préférences véritables. Les individus ont donc différentes préférences, représentant différents "moi", d'où, selon Puppe [1998a][17] un problème de choix intra-personnel du décideur.

### 1.2.1 Si l'on considère toute relation de préférence possible pour définir l'autonomie de l'agent

**Propriété 5** Classement cardinal.

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ ,  $A \succ_{\#} B$  ssi  $\#A \geq \#B$

Jones et Sugden [1982], Sen [1985][19], Pattanaik et Xu [1990][14], et van Hees [1998][21] : plus il y a d'options dans un ensemble, et plus cet ensemble offre de liberté de choix. Ce classement respecte les axiomes de *monotonie stricte aux inclusions d'ensemble*, l'*indifférence entre deux situations de non-choix*, et l'*indépendance*.

**1.2.2 Si l'on considère les relations de préférences raisonnables pour définir l'autonomie de l'agent**

**1.2.2.i) Si l'on juge qu'un ensemble n'est valable que s'il contient au moins une alternative essentielle et si l'on suppose la cohérence après contraction.**

**Propriété 6** Classement par des ordres de préférences linéaires.

Puppe [1998a][17] : Ce classement respecte les axiomes de *monotonie relative aux inclusions d'ensemble*, la *cohérence après contraction*, la *non-vacuité de l'ensemble des alternatives essentielles*, l'*indépendance aux alternatives non-essentielles*.

**Condition 5 (CC) Cohérence après contraction :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , et tout  $x \in X, B \subseteq A$ , et  $A \cup \{x\} \succ A$ , alors  $B \cup \{x\} \succ B$ .

Pour tout  $A \in \Pi(X), x \in A$  est essentiel en  $A$  si, soit  $A = \{x\}$ , soit,  $[\#A \geq 2$  et  $A \succ A \setminus \{x\}]$ . Soit  $E(A)$  l'ensemble des alternatives essentielles de  $A$  comprises dans  $A$ .

**Condition 6 (NVNE) Non-vacuité de l'ensemble des alternatives non-essentielles :**

Pour tout  $A \in \Pi(X)$ , il existe  $x \in A$  tel que :  $A \succ A \setminus \{x\}$ .

**Condition 7 (IndANE) Indépendance aux alternatives non-essentielles :**

Pour tout  $A \in \Pi(x), A \sim E(A)$ .



**1.2.2.ii) Si un ensemble A domine un autre B quand le fait d'ajouter B à A n'a aucune valeur.**

**Propriété 7** Règle de l'unanimité entre les différents moi.

Puppe [1998a] : Ce classement respecte les axiomes de *domination*, la condition de Pareto entre les différentes relations de préférences des moi, et  $\approx$ -invariante<sup>2</sup>. Notons que les règles de choix collectif transitives qui respectent Pareto et la  $\approx$ -invariance correspondent à la classe des préordres qui satisfont *monotonie relative aux inclusions d'ensemble*, la *cohérence après contraction*, la *non-vacuité de l'ensemble des alternatives essentielles*, l'*indépendance par rapport aux alternatives non-essentielles*. Puppe montre que ce classement revient au suivant : A offre au moins autant de liberté que B si et seulement si toutes les alternatives essentielles de  $A \cup B$  sont disponibles dans l'ensemble A.

**Condition 8 (Dom) Domination :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ ,  $A \succsim B$  si et seulement si  $A \sim A \cup B$ .

**Définition 1** Une règle de choix collectif  $f$  (intra-personnelle) est  $\approx$ -invariante si et seulement si  $f$  est définie sur l'espace quotient de tous les  $t$ -uplets de préférences d'utilité indirecte, i.e. si et seulement si :

$f(\succeq_1, \dots, \succeq_n) = f(\succeq'_1, \dots, \succeq'_m)$  chaque fois que  $(\succeq_1, \dots, \succeq_n) \approx (\succeq'_1, \dots, \succeq'_m)$ .

**1.2.2.iii) Si l'on suppose les conditions de composition et de non-pertinence de type 1 des alternatives dominées.**

**Propriété 8** Classement par la cardinalité des optima.

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ ,  $[A \succeq B \text{ ssi } \# \max(A) \geq \# \max(B)]$ , où  $\# \max(A)$  désigne le nombre de fois où une relation de préférence raisonnable considère l'un des éléments de A comme l'option optimale.

---

<sup>2</sup>(Cf. définition de la  $\approx$ -invariance dans Puppe [1998a], p.59.)

Les implications de cette condition sont : l'anonymat, le fait que les préférences sociales ne dépendent que de l'ensemble des préférences de la société, la neutralité à la réplication.

Pattanaik et Xu [1998][12] montrent que ce classement respecte les axiomes d'*indifférence aux situations de non-choix*, de *[I]-monotonie*, de *non pertinence de type 1 des alternatives dominées*, et l'axiome de *composition étendu de Pattanaik et Xu*.

**Condition 9 (INS) Indifférence aux situations de non-choix :**

Pour tout  $x, y \in X$ ,  $\{x\} \sim \{y\}$

On pose :  $x[I]A$  ssi  $\max(A \cup \{x\}) = A \cup \{x\}$ ;

**Condition 10 ([I] -M/ [I]-monotonie :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , et pour tout  $x \in X - A$ , ( $x[I]A$  et  $A \succeq B$ ) implique  $[A \cup \{x\} \succ B]$ .

Selon l'axiome de dominance utilisé par Pattanaik et Xu [1998], si en terme de tous les ordres de préférence d'une personne raisonnable,  $x$  est strictement pire qu'au moins une alternative dans  $A$ , alors ajouter  $x$  à  $A$  n'accroît pas la liberté de la personne. On retrouve les intuitions des axiomes de dominance énoncés plus haut, mais cette formulation se concentre sur les alternatives, et non sur les ensembles.

On pose :  $A[P]x$  si et seulement si  $x \notin \max(A \cup \{x\})$ .

**Condition 11 (IDA-1) Non-pertinence de type 1 des alternatives dominées :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$  et pour tout  $x \in X$ , si  $A[P]x$ , alors  $[A \succsim B$  si et seulement si  $A \cup \{x\} \succsim B]$  et  $[B \succsim A$  si et seulement si  $B \succsim A \cup \{x\}]$ .

L'axiome de composition utilisé plus haut présente certains défauts. A priori, si on a  $A \succsim B$  et  $C \succsim D$ , on peut s'attendre à ce que  $A \cup C \succsim B \cup D$ . Mais si  $A$  et  $C$  ont beaucoup d'éléments en commun, il est possible que  $B \cup D$  offre néanmoins plus de liberté. Pour éviter cette possibilité, on pose l'hypothèse que ces ensembles n'ont pas d'éléments en commun. En outre, on se limite dans cet axiome aux seuls éléments qui peuvent être choisis par une personne raisonnable. On en tire l'axiome de composition étendu par Pattanaik et Xu [1998] :

**Condition 12 (ComE) Composition étendue :**

Pour tout  $A, B, C, D \in \Pi(X)$ , tel que  $(A \cap C = B \cap D = \emptyset)$ , et  $\max(A \cup C) = A \cup C$  et  $\max(B \cup D) = B \cup D$ ,  $[A \succsim B$  et  $C \succsim D]$  implique  $[A \cup C \succsim B \cup D]$ , et  $[A \succ B$  et  $C \succ D]$  implique  $[A \cup C \succ B \cup D]$ .

**1.2.2.iv) Si l'on suppose les conditions de composition faible et de non-pertinence de type 1 et 2 des alternatives dominées.**

**Propriété 9** Classement par la cardinalité des optima, pondérée par les alternatives non-pertinentes.

Pour tout  $A, B \in Z$ ,  $A \succsim B$  si et seulement si  $\#[\max(A) - A^B] \geq \#[\max(B) - B^A]$ , où  $A^B$  désigne tous les éléments  $a \in A$  qu'une personne raisonnable ne considérera jamais meilleurs que tous les éléments de  $B$ .

Pattanaik et Xu [1998] montrent que ce classement respecte les axiomes de *dominance simple*, de *non-dominance simple*, de *[I]-monotonie faible*, de *non-pertinence de type 1 des alternatives dominées*, de *non-pertinence de type 2 des alternatives dominées*, et de *composition faible*.

On pose :  $x[P]A$  si et seulement si  $x = \max(A \cup \{x\})$ .

**Condition 13 (D[S] / Dominance simple :**

Pour tout  $x, y \in X$ , si  $x[P]\{y\}$ , alors  $\{x\} \succ \{y\}$ .

**Condition 14 (I-fM) I-monotonie faible :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$  et pour tout  $x \in X - A$ ,  $(x[I]A$  et pas  $(B[P]x)$  et  $A \succsim B)$  implique  $[A \cup \{x\} \succ B]$ .

Selon l'axiome de dominance de type 2, si  $x$  est dominé par  $A$  au sens que, pour toutes les ordres de préférences possibles d'une personne raisonnable,  $x$  est strictement pire qu'au moins une alternative dans  $A$ , alors le statut relatif de  $B \cup \{x\}$  vis-à-vis de  $A$  ne devrait pas être meilleur que le statut relatif de  $B$  vis-à-vis de  $A$ .

**Condition 15 (IDA-2) Non-pertinence de type 2 aux alternatives dominées :**

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$  et pour tout  $x \in X$ , si  $A[P]x$ , alors  $[A \succsim B$  si et seulement si  $A \succsim B \cup \{x\}]$ . et  $[B \succ A$  si et seulement si  $B \cup \{x\} \succ A]$ .

**Condition 16 (fCom) Composition faible :**

Pour tout  $A, B, C, D \in \Pi(X)$ , tel que  $(A \cap C = B \cap D = \emptyset, \text{ et } \max(A \cup C) = A \cup C \text{ et } \max(A \cup D) = A \cup D, \text{ et } \max(B \cup D) = B \cup D), \text{ et } \max(B \cup C) = B \cup C \text{ et } \max(B \cup D) = B \cup D), [A \succsim B \text{ et } C \succsim D] \text{ implique } [A \cup C \succsim B \cup D], \text{ et } [A \succsim B \text{ et } C \succ D] \text{ implique } [A \cup C \succ B \cup D]$ .

**1.2.3 Si l'on tient compte de la similitude des options pour évaluer le choix.**

Les classements se concentrant sur l'analyse de la similitude des options cherchent à répondre à la critique du classement cardinal concernant le résultat contre-intuitif suivant :  $\{\text{train, voiture rouge}\} \sim \{\text{voiture bleue, voiture rouge}\}$

On peut évoquer un effet contre-intuitif du seul axiome d'indépendance également par l'exemple suivant :  $\{\text{éducation supérieure}\} \sim \{\text{un paquet de bonbons}\}$ , c'est-à-dire qu'un paquet de bonbons fournit autant de liberté, d'autonomie à un individu que son éducation supérieure. Il semble donc nécessaire de ne pas considérer que toutes les options quelles qu'elles soient apportent la même liberté, et cela même indépendamment de toute considération d'utilité. En effet, si l'on donne le choix à un enfant entre s'assurer l'accès à une éducation supérieure et à un paquet de bonbons, il est probable que ce ne soit pas les considérations de liberté mais ses préférences gourmandes qui dictent son choix.

Pour cela, il est nécessaire de donner plus d'information sur les options de telle manière à ce que l'affirmation selon laquelle deux options sont similaires ou différentes aient un sens<sup>3</sup>. On distingue donc différentes façons d'envisager la similitude des options. Soit on se concentre sur les ensembles : la diversité

---

<sup>3</sup>La similitude de deux options de même que la valeur de la diversité d'un ensemble d'options semblent correspondre à des notions intuitives. On ne les prend pourtant pas en compte dans le cadre d'étude traditionnel économique, dans lequel seules nous intéressent les informations sur les préférences des agents sur ces options. On relèvera donc leur substituabilité ou leur complémentarité en fonction de l'observation des comportements, mais l'on ne donne pas d'informations substantives de leur similitude ou de leur complémentarité. Pour cela, il faut se placer dans des cadres différents, comme par exemple celui de la demande de caractéristiques de Lancaster.

dans un ensemble dépend des options les plus extrêmes. Soit on se concentre sur les options et on se demande si les options sont ou ne sont pas similaires. Enfin, on peut tenter de donner une mesure de la similitude.

### 1.2.3.i) Prise en compte des alternatives extrêmes.

#### 1.2.3.i.a) Si les alternatives extrêmes sont similaires ou non.

**Propriété 10** Le classement en cônes convexes.

$\forall A, B \in \Pi(X)$ ,  $A \succeq_{conv} B$  si et seulement si il existe une séquence finie de déplacements et de réflexions  $f_1, \dots, f_m$  telle que pour que  $c = f_1 \circ \dots \circ f_m(B)$

Klemish-Alhert [1993][9] montre que  $\succeq_{conv}$  est la seule relation binaire réflexive et transitive définie pour toutes les paires dans  $\Pi(X)$  et qui satisfait les axiomes d'indifférence entre des situations déplacées, d'indifférence entre des situations reflétées, et de monotonie des cônes convexes.

#### 1.2.3.i.b) Si l'on tient compte du degré de similitude des alternatives extrêmes.

**Propriété 11** L'indice de liberté de choix de Rosenbaum.

$$d_R(A^*, A^{**}) = \max_{A^*, A^{**}} \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^\oplus - y_i^\oplus)^2}}$$

Rosenbaum [2000][18] évalue la liberté comme une fonction de l'étendue des choix possibles en termes de certaines caractéristiques. Plus les caractéristiques des options dans l'ensemble sont distinctes, plus on est libre. On représente les options dans un espace dont chaque dimension  $i \in \mathbb{R}^n$  est une caractéristique pertinente. La liberté est donc formellement une fonction de la distance mathématique entre les points extrêmes représentant des actions dans  $\mathbb{R}^n$ . On prend en compte l'importance inégale des différentes caractéristiques pour la liberté de choix par le poids  $\alpha_i$  associé à la caractéristique  $i$ .

Les limites de ces propositions se comprennent assez bien par l'implication contre-intuitive suivante de ces résultats : la liberté de choix dont on jouit dans un pays où l'on n'a que le droit d'exprimer des opinions extrêmes

est strictement supérieure à la liberté de choix des pays où l'on a le droit d'exprimer tous les opinions possibles sauf les conceptions d'extrême droite.

**1.2.3.ii) Prise en compte des similitudes des options : un jugement binaire.**

**1.2.3.ii.a) Soit deux options sont similaires, soit elles ne le sont pas.**

**Propriété 12** Classement simple fondé sur la similitude.

*Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ ,  $A \succeq_{\#S} B$ ,  $\#\phi(A) \geq \#\phi(B)$ , où  $\phi(A)$  désigne la partition fondée sur la similitude de l'ensemble  $A$ . C'est-à-dire que toutes les options comprises dans  $\phi(A)$  sont des actions non-similaires. Toutes les options qui sont dans  $A$ , et qui ne sont pas dans  $\phi(A)$  sont similaires à des options déjà prises en compte dans la partition  $\phi(A)$ .*

Pattanaik et Xu [2000][13] : on classe donc les ensembles d'opportunité par le cardinal des partitions de similitude de ces ensembles. Cela répond à l'objection émise contre le classement cardinal simple selon laquelle notre liberté s'accroît même si on ajoute des clones aux options déjà existantes. En effet, choisir entre deux clones n'exerce pas nos facultés mentales ; les options clones ne contribuent donc pas à accroître la liberté comme exercice du choix.

**1.2.3.ii.b) Soit les options appartiennent au même ensemble approximatif d'options similaires, soit elles ne lui appartiennent pas.**

On considère, dans l'ensemble universel des options, l'ensemble restreint des options qui ne contient que des options similaires d'une part, et d'autre part l'ensemble élargi des options, dont le complémentaire ne contient aucune option similaire aux options de l'ensemble.

On comprend facilement que ces ensemble peuvent approcher une mesure de la liberté en tenant compte de la similitude des options. C'est ce que font Bavetta et Del Seta [2000][2] avec le concept d'approximation brouillonne.

**Propriété 13** Classement des approximations intérieures.

Bavetta et del Seta [2000] proposent de classer les opportunités en comparant le nombre d'ensembles cohérents de biens, définis par une approximation faible de la similitude entre ces biens.

**Propriété 14** Classement des approximations extérieures.

Bavetta et del Seta [2000] proposent de classer les opportunités en comparant le nombre d'ensembles cohérents de biens, définis par une approximation forte de la similitude entre ces biens.

Ces propositions demeurent toutefois critiquables car l'on arrive avec ces classements encore au résultat contre-intuitif : {train bleu, voiture rouge}  $\sim$  {train bleu, vin rouge}

### 1.2.3.iii) Prise en compte des degrés de similitude.

**Propriété 15** Des impossibilités.

van Hees [1999][22] montre que la recherche de classement tenant compte de la similitude entre les options est souvent impossible du fait de la définition des distances entre les options et les ensembles.

**Propriété 16** De nombreux classements phylogénétiques

Nehring et Puppe [2002][11]

## 1.3 Classement de liberté négative

### 1.3.1 Un classement général

**Propriété 17** Classement de Steiner [1983][20] : *La liberté négative devrait être mesurée par la ratio de la cardinalité de l'ensemble d'opportunité (contenant les options qui ne font pas l'objet d'interdiction) sur la cardinalité de l'ensemble des options faisables.*

### 1.3.2 Si l'on tient compte de l'effet des progrès technologiques

#### 1.3.2.i) Si l'on est socialement contraint, même si les options sont technologiquement possibles

**Propriété 18** Classement par la cardinalité des contraintes

$(A, G) \succ_+ (B, F)$  ssi  $\#(B - F) \geq \#(A - G)$ , où la situation d'opportunité  $(A, G)$  décrit respectivement l'ensemble des options faisables, et l'ensemble des opportunités, qu'autrui ne nous interdit pas de faire par la loi ou par la force.

Van Hees [1998][21] : Moins on a de contraintes humaines pour réaliser des options technologiquement possible, et plus on est libre. Ce classement respecte les axiomes d'indifférence entre des situations de non-choix, la monotonie stricte, et l'immunité aux opportunités dérivant de nouvelles technologies.

**Condition 17 (IONT) Immunité aux opportunités dérivant de nouvelles technologies :**

$$\forall G \in \Pi(X) \text{ et } \forall x \in X : (A, G) \sim (A \cup \{x\}, G \cup \{x\})$$

#### 1.3.2.ii) Si l'on est technologiquement contraint, même si les actions sont socialement permises.

**Propriété 19** Classement de Steiner

$$(A, E) \succ_* (B, F) \text{ si et seulement si } \frac{\#E}{\#A} \geq \frac{\#F}{\#B},$$

Van Hees [1998] : plus les innovations technologiques nous permettent d'étendre notre ensemble d'opportunité, plus on est libre. Ce classement dépend du ratio entre la cardinalité de l'ensemble d'opportunité et la cardinalité de l'ensemble faisable qui permet de mesurer la liberté. Il respecte les axiomes de décroissance avec de nouvelles technologies, d'indépendance par rapport aux technologies variables, et de neutralité par rapport à toute permutation de l'ensemble des alternatives.

**Condition 18 (DNT) Décroissance avec de nouvelles technologies :**

$$\forall G \in \Pi(X) \text{ et } \forall x \in X - A : (A, G) \succ (A \cup \{x\}, G)$$



**Condition 19 (IndTV) Indépendance par rapport aux technologies variables :**

Si  $A$  et  $B$  sont disjoints, alors  $\forall G, F \in \Pi(X)$  :

$$(A, G) \sim (B, F) \Rightarrow (A, G) \sim (A \cup B, G \cup F) \sim (B, F)$$

$$\text{et } (A, G) \succ (B, F) \Rightarrow (A, G) \succ (A \cup B, G \cup F) \succ (B, F)$$

**Condition 20 (NPEA) Neutralité par rapport à toute permutation de l'ensemble des alternatives :**

$\forall G \in \Pi(X)$  et pour toute permutation  $\pi$  de  $X$ ,  $(A, G) \sim (\pi A, \pi G)$ , où  $\pi A$  et  $\pi G$  sont respectivement les images de  $A$  et  $G$  sous  $\pi$ .

## 2 Classement de bien-être global

Dans les classements de bien-être global, soit le bien-être global ne dépend que d'une seule valeur morale, soit de plusieurs valeurs morales. Dans le premier cas, le classement de bien-être global est exactement équivalent au classement de valeur prudentielle présentée ci-dessus. Nous ne revenons pas sur la discussion des conditions et des propriétés concernant ces classements dans cette section. Nous nous concentrons au contraire sur une conception pluraliste du bien-être global, en particulier, d'un bien-être dépendant à la fois de la liberté de choix et de l'utilité. nous ne discuterons pas d'autres représentations du fait de l'état actuel de la littérature sur les classements des ensembles d'opportunité.

Nous traitons dans cette section d'une conception pluraliste du bien-être, déterminé non seulement par l'utilité d'une part et la liberté d'autre par, mais également par d'autres éléments non-identifiés. La relation de bien-être peut être simplement considérée comme une relation de préférence globale par opposition à une relation de préférence ou une relation de liberté de choix.

Dans ce cas, il n'est pas nécessairement logique de supposer que les axiomes de monotonie même simple, ou faible tiennent ; on suppose plutôt une condition d'indifférence minimale : il existe une fonction d'utilité globale et une alternative telle que le fait de l'ajouter à l'ensemble n'améliore pas nécessairement l'utilité globale de l'ensemble. En effet, la relation sur les ensembles dépend de la préférence globale plus que des options pour elle-mêmes. On peut donc chercher à déterminer les fonctions d'utilité sous-jacentes qui représentent le bien-être global individuel, ou la fonction d'utilité sous-jacente. On ne doit pas confondre ces fonctions d'utilité globale ou "utilité véritable" de l'agent avec la fonction d'utilité couramment utilisée en sciences économiques, qui n'est qu'une représentation numérique du choix.

Pour exprimer cela, on peut avoir recours à l'axiome de neutralité ou l'axiome d'extension. L'axiome de neutralité permet de dire que les classements entre ensembles sont faits sur la base de leur utilité exclusivement, on se situe donc dans un contexte welfariste étendu, mais pas véritablement d'utilité indirecte. L'axiome d'extension permet de dire que les classements

des ensembles doivent respecter les préférences des agents quand ces ensembles sont réduits à des singletons. Cela revient dans un contexte différent et pour une interprétation différente des relations de préférence à l'axiome de dominance simple vu précédemment. La condition d'indépendance permet de dire que le classement relatif de deux ensembles d'opportunité est inchangé si leurs éléments communs sont extraits de chacun des ensembles.

Les classements dépendent dans cette section du type de commensurabilité entre les valeurs considérées dans le classement de bien-être global.

## 2.1 Si l'utilité a priorité sur la liberté

### 2.1.1 Valeurs liées

Dans ce cas, on valorise apparemment à la fois la liberté et l'utilité, mais la liberté de choix n'a de valeur qu'en tant que liberté de choisir des options jugées utiles. Pour cela, on suppose une monotonie faible.

#### 2.1.1.i) Avec une condition d'indépendance.

**Propriété 20** Classement d'inclusion des alternatives essentielles.

Puppe [1996][16] : On préfère les ensembles qui contiennent les alternatives jugées essentielles. Une alternative non-essentielle ne sera jamais choisie par l'agent. Ce critère respecte les conditions de *préférence faible pour la liberté de choix*, de *monotonie faible aux inclusions d'ensemble*, d'*indépendance aux alternatives non-essentielles*.

On peut aussi caractériser ce classement par la *préférence pour la liberté de choix*, la *domination* et l'*indépendance aux alternatives non-essentielles*.

**Condition 21 (PLC) Préférence pour la liberté de choix :**

$$\forall A \in \Pi(X), \exists x \in A/A \succ A \setminus \{x\}$$

#### 2.1.1.ii) Avec une condition de binarité.

**Propriété 21** Classement binaire de Puppe.

Puppe [1996] : On préfère un ensemble à un autre si l'élément préféré se trouve dans le premier ensemble. Ce classement respecte les conditions de *préférence pour la liberté de choix*, la *monotonie faible aux inclusions d'ensemble* et la *binarité*.

L'axiome de binarité exprime que l'ensemble des alternatives essentielles de  $A$  est déterminé par des comparaisons binaires  $R_i$  des alternatives de  $A$ .  $x$  est essentiel dans  $A$  si et seulement si  $x$  est essentiel dans  $\{x, y\}, \forall y \in A$ .

**Condition 22 (Bin) Binarité :**

$$\forall A \in \Pi(X), E(A) = \max_{R_i} A$$

### 2.1.2 Pondération des deux valeurs

#### 2.1.2.i) Si l'on suppose une condition de continuité

**Propriété 22** Classement anonyme de tous les éléments de l'ensemble.

$\exists$  une fonction  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , et  $t \in \mathbb{R}$ , tel que  $g(t) = 0$ .  $A \succsim B$  si et seulement si  $\forall n, m \in \mathbb{N}, \sum_{i=1}^{i=n} g(v(A_i)) \geq \sum_{i=1}^{i=m} g(v(B_i))$ , où  $v(A_i) = (u(a_1), \dots, u(a_i))$

Bossert [1997][3] : classement des ensembles en comparant la somme des utilités retirées de chaque bien compris dans chacun des ensembles. Ce classement respecte l'axiome d'*indifférence minimale*, l'axiome de *continuité*, l'axiome d'*extension* et l'axiome d'*indépendance*.

**Condition 23 (Co) Continuité (encore appelée régularité) :**

$\forall n \in \mathbb{N}, \forall u \in \mathbb{R}^n, \forall A, B \in \Pi(X)$ , tel que  $|A| = |B| = n$ , les ensembles  $\{v \in \mathbb{R}^n \mid U[A] = u \text{ et } U[B] = v \text{ et } AR_u B \text{ pour des } U \in \mathcal{U}\}$  et  $\{v \in \mathbb{R}^n \mid U[A] = u \text{ et } U[B] = v \text{ et } BR_u A \text{ pour des } U \in \mathcal{U}\}$  sont fermés.

**Condition 24 (IM) Indifférence minimale<sup>4</sup> :**

$\exists U \in \mathcal{U}, x \in X$ , et  $y \in X \setminus \{x\}$ , tel que  $\{x, y\} I_u \{x\}$

**Condition 25 (Ex) Extension :**

$\exists U \in \mathcal{U}, \forall x, y \in X, \{x\} R_u \{y\}, U(x) \geq U(y)$

---

<sup>4</sup>Comme tous les axiomes de Bossert, l'axiome d'indifférence minimale peut également s'exprimer en fonction de relation de préférences plutôt que de fonctions d'utilité :  $\exists \succeq$  et  $x \in X, Y \in X \setminus \{x\}$  tel que  $\{x, y\} \sim \{x\}$ .

**Condition 26 (Ind) Indépendance :**

$$\forall R \in \mathcal{R}, \forall A, B \in \Pi(X), \forall x \in X \setminus (A \cup B), ARB \Leftrightarrow (A \cup \{x\})R(B \cup \{x\})$$

**2.1.2.ii) Si l'on suppose la mesurabilité des échelles de ratio.**

**Propriété 23** Classement anonyme modérément cardinal.

$$\exists c, r \in \mathbb{R}^{++}, \forall n, m \in N, A \succeq B \text{ si et seulement si } \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ v(A_i) \geq 0}} v(A_i)^r - c \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ v(A_i) < 0}} |v(A_i)|^r \geq \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ v(B_i) \geq 0}} v(B_i)^r - c \sum_{\substack{i \in \{1, \dots, n\} \\ v(B_i) < 0}} |v(B_i)|^r$$

Bossert [1997] : On peut accorder des poids  $c$  aux alternatives selon qu'elles sont plus ou moins désirables. Ce classement respecte les axiomes d'*extension*, d'*indépendance*, d'*indifférence minimale*, de *continuité* et de *mesurabilité par échelle de ratio*.

**Condition 27 (MR) Mesurabilité par échelle de ratio :**

Pour tout  $U, V \in \mathcal{U}$ , s'il existe  $a \in \mathbb{R}_{++}$  tel que  $V(x) = aU(x)$  pour tout  $x \in X$ , alors  $F(U) = F(V)$ .

**2.1.2.iii) Si l'on suppose l'extension, la mesurabilité des échelles de ratios et la neutralité.**

Selon la condition de neutralité, l'identification des options n'est pas pertinente au classement des ensembles qui les contiennent, seule compte leur utilité.

**Propriété 24** Classement anonyme modérément cardinal et pondéré. *Somme des utilité des biens de l'ensemble exposant  $r$  moins un poids  $c$  fois la somme de la valeur absolue des utilités exposant  $r$ .*

Bossert [1997] : Ce classement respecte les axiomes de *neutralité*, d'*extension*, d'*indépendance*, d'*indifférence minimale*, de *continuité* et de *mesurabilité des échelles de ratio*.

**Condition 28 (N) Neutralité :**

Pour tout  $U, V \in \mathcal{U}$ , pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ , pour toute application injective  $f : A \cup B \mapsto \Pi(X)$ ,  $[U(x) = V(f(x)) \text{ pour tout } x \in A \cup B] \Rightarrow [AR_U B \Leftrightarrow f(A)R_V f(B)]$

**2.1.2.iv) Si la relation de bien-être globale est cardinale.**

L'invariance de l'information à la mesurabilité cardinale exige que la règle de classement des ensembles d'opportunités soit invariante pour des transformations affines croissantes de la fonction d'utilité individuelle.

**Propriété 25** Impossibilité.

Bossert [1997] : Il n'existe aucune règle de classement qui satisfait à la fois les axiomes d'*extension*, d'*indépendance*, d'*indifférence minimale* et de *mesurabilité cardinale*.

**Condition 29 (MC) Mesurabilité cardinale :**

$\forall U, V \in \mathcal{U}$ , s'il existe  $a \in \mathbb{R}_{++}$  et  $b \in \mathbb{R}$  tels que  $V(x) = aU(x) + b, \forall x \in X$ , alors  $F(U) = F(V)$ .

**2.1.3 Priorité lexicographique**

**2.1.3.i) Aucune compensation possible**

**Propriété 26** Ordre leximax des utilités.

$\forall A, B \in \Pi(X)$ ,  $A \succsim_L B$  si et seulement si  $v(A) \geq_l v(B)$ , où  $\geq_l$  désigne l'ordre lexicographique sur  $\mathbb{R}^n$ .

Bossert, Pattanaik et Xu [1994][4] : Ce classement vérifie l'axiome de *dominance simple* ou d'*extension*, de *monotonie simple*, d'*indépendance* ainsi qu'un *axiome de robustesse des préférences strictes* : un manque d'utilité indirecte ne peut pas être compensé par un accroissement de la cardinalité des ensembles d'opportunité. Ce classement tient compte de toutes les alternatives dans les deux ensembles d'opportunité, et pas seulement leur cardinalité et leur meilleur élément.

On parle de dominance simple quand la comparaison de singleton se réduit à la comparaison des éléments des singletons par une relation de préférence.

**Condition 30 (DS) *Dominance simple* :**

$$\forall x, y \in X, xPy \Rightarrow \{x\} \succ \{y\}$$

L'axiome de robustesse aux préférences strictes exprime qu'un manque d'utilité indirecte ne peut pas être compensé par l'accroissement de la cardinalité des ensembles d'opportunité

**Condition 31 (RP) *Robustesse aux préférences strictes* :**

$$\forall A, B \in \Pi(X), \forall x \in X \setminus (A \cup B), A \succ B \text{ et } yPx, \forall y \in A \text{ et } zPx, \forall z \in B \Rightarrow A \succ B \cup \{x\}$$

**2.1.3.ii) Priorité lexicographique simple à l'utilité sur la liberté.**

**Propriété 27** Relation lexicographique de première préférence.

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ ,

$$[A \succ_p B \text{ si et seulement si } (\max(A)P \max(B)) \text{ ou } (\max(A) = \max(B) \text{ et } \#A \geq \#B)]$$

Bossert, Pattanaik et Xu [1994] : on classe les ensembles par leurs éléments le meilleur, puis s'ils sont *ex aequo*, on les classe par leur cardinalité.

Ce classement respecte les axiomes de *monotonie simple*, d'*indifférence indirecte simple* (l'élément le meilleur joue le rôle dominant dans les ensembles à deux éléments), l'*indépendance faible*, ainsi que le principe de *préférence indirecte* (priorité des considérations d'utilité sur la liberté).

L'axiome d'indépendance faible rappelle l'axiome d'indépendance pour qui le classement d'ensembles est le même entre ces ensembles et les ensembles dans lesquels on a ajouté des alternatives qui ne sont pas déjà comprises dans les ensembles dans chaque ensemble. Dans cette version faible de l'axiome, on précise que cet élément ajouté aux ensembles n'est pas strictement préféré aux meilleurs éléments de chaque ensemble.

**Condition 32 (fInd) *Indépendance faible* :**

$$\forall A, B \in \Pi(X), \forall x \in X \setminus (A \cup B), [\max(A)Px \text{ et } \max(B)Px] \Rightarrow [A \cup \{x\} \succeq B \cup \{x\} \Leftrightarrow A \succeq B]$$

**Condition 33 (PI) *Préférence indirecte* :**

$$\forall A \in \Pi(X), \text{ avec } \#A > 1, \{\max(A)\} \succ \{A \setminus \max(A)\}$$

## 2.2 Priorité de la liberté sur l'utilité.

**Propriété 28** Relation lexicographique de première cardinalité.

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ ,  
 $[A \succ_c B \text{ si et seulement si } (\#A \geq \#B) \text{ ou } (\#A = \#B \text{ et } \max(A)R\max(B))]$

Bossert, Pattanaik et Xu [1994] : on classe les ensembles par leur cardinalité, puis s'ils sont *ex aequo*, on les classe par leurs éléments le meilleur.

Ce classement respecte les axiomes de *dominance simple*, d'*indifférence indirecte simple* (l'élément le meilleur joue le rôle dominant dans les ensembles à deux éléments), l'*indépendance faible*, ainsi que le principe de *priorité simple des considérations de liberté sur l'utilité*.

Selon ce dernier principe, on préfère un ensemble à deux éléments à un singleton composé de l'élément le meilleur. Cela permet de donner une importance essentielle à la liberté par rapport à l'utilité indirecte.

**Condition 34 (PSL) *Priorité simple à la liberté* :**

$\forall x, y, z \in X \text{ distincts, } xPyPz \Rightarrow \{x, z\}P\{x\}$

## 2.3 Liberté et utilité sur un même plan.

Une vision purement dualiste du bien-être consiste à ne pas donner aucune priorité à l'une ou l'autre des valeurs. Le prix à payer de ce dualisme est soit l'incomplétude, soit l'impossibilité des résultats.

### 2.3.1 Sans arbitrage possible.

**Propriété 29** Relation de dominance :

Pour tout  $A, B \in \Pi(X)$ ,  $A \succ_d B$  si et seulement si  $(\max(A)R\max(B) \text{ et } \#A \geq \#B)$

Bossert, Pattanaik et Xu [1994] : Ce classement respecte les axiomes de *dominance simple*, de *monotonie simple*, d'*indifférence indirecte simple*, d'*indépendance faible*, d'*indifférence indirecte faible*, et de *non-arbitrage simple entre liberté et utilité*.

Selon le principe d'indifférence indirecte simple, le meilleur élément joue le rôle dominant dans les ensembles à deux éléments.



**Condition 35 (IPIS) *Indifférence indirecte simple* :**

*Pour tout  $x, y, z \in X$  distincts,  $xPyPz \Rightarrow \{x, y\} \sim \{x, z\}$*

L'axiome d'indifférence indirecte faible permet d'exprimer la priorité des considérations de préférences sur les considérations de liberté.

**Condition 36 (IPIf) *Indifférence indirecte faible* :**

$\forall A \in \Pi(X)$  avec  $\#A > 1$ ,  $\neg(A \setminus \{\max(A)\}) \succ \{\max(A)\}$

Soit  $\infty$  la relation de non-comparabilité associée à  $\succeq$ . On ne sait pas faire des arbitrages entre utilité indirecte et liberté dans le cas de comparaisons simples selon l'axiome suivant.

**Condition 37 (NCLU) *Non-comparabilité simple entre liberté et utilité* :**

$\forall x, y, z \in X$  distincts,  $xPyPz \Leftrightarrow \{x\} \infty \{y, z\}$

### 2.3.2 Avec incomplétude en cas d'indifférence.

**Propriété 30** Impossibilité de Gravel.

Le théorème de Gravel [1994][7] établit l'incompatibilité des axiomes de *monotonie*, de *cohérence des relations de préférence et de bien-être*, d'*importance intrinsèque à l'utilité*, une condition d'*incomplétude en cas d'indifférence*, de *non-inclusion* et l'*importance intrinsèque de l'utilité*.

### 2.3.3 Avec complétude et continuité.

**Propriété 31** Impossibilité de Puppe.

Puppe [1995][15] établit une incompatibilité entre les conditions de *relation fondée sur les préférences*, de *préférence minimale pour la liberté de choix*, de *continuité* et de *complétude*.

Il établit également une incompatibilité entre les conditions de *dominance faible des préférences*, de *monotonie stricte relative aux inclusions d'ensemble*, et de *continuité*.

## Références

- [1] ARROW, K. J. 1995, A note on freedom and flexibility. In *Choice, welfare and development*, K. Basu, P. Pattanaik, and K. Suzumura, Eds. Clarendon Press, ch. 1, pp. 7–16.
- [2] BAVETTA, S. ET SETA, M. D., 1996. Constraints and the measurement of freedom of choice. Discussion Paper, 26/96, Centre for the Philosophy of the Natural and Social Sciences.
- [3] BOSSERT, W. 1997. Opportunity sets and individual well-being. *Social Choice and Welfare* 14, 1, pp. 97–112.
- [4] BOSSERT, W., PATTANAİK, P. ET XU, Y. 1994. Ranking opportunity sets : An axiomatic approach. *Journal of Economic Theory* 63, 2, pp. 326–345.
- [5] FLEURBAEY, M., GRAVEL, N., LASLIER, J.-F. ET TRANNOY, A., Eds. 1998. *Freedom in Economics, New perspectives in normative analysis*. Routledge Studies in Social and Political Thought.
- [6] FOSTER, J., 1993. Notes on effective freedom. Mimeo, Vanderbilt University.
- [7] GRAVEL, N. 1994. Can a ranking of opportunity sets attach intrinsic importance to freedom of choice? *American Economic review : Papers and proceedings* 84, pp. 454–458.
- [8] JONES, P. ET SUDGEN, R. 1982. Evaluating choices. *International Journal of Law and Economics*, pp. 47–65.
- [9] KLEMISCH-ALBERT, M. 1993. Freedom of choice, a comparaison of different rankings of opportunity sets. *Social Choice and Welfare* 10, 3, pp. 189–207.
- [10] KREPS, D. M. 1979. A representation theorem for preference for flexibility. *Econometrica* 47, 3, pp. 565–577.
- [11] NEHRING, K. ET PUPPE, C. 2002. A theory of diversity. *Econometrica* 70, 3, pp. 1155–1198.
- [12] PATTANAİK, P. ET XU, Y. 1998. On preference and freedom. *Theory and Decision* 44, pp. 173–198.

- [13] PATTANAİK, P. ET XU, Y. 2000. On diversity and freedom of choice. *Mathematical Social Sciences* 40, pp. 123–130.
- [14] PATTANAİK, P. K. ET XU, Y. 1990. On ranking opportunity sets in terms of freedom of choice. *Recherches Economiques de Louvain* 56, 3/4, pp. 383–390.
- [15] PUPPE, C. 1995. Freedom of choice and rational decisions. *Social Choice and Welfare* 12, pp. 137–153.
- [16] PUPPE, C. 1996. An axiomatic approach to 'preference for freedom choice'. *Journal of Economic Theory* 68, pp. 174–199.
- [17] PUPPE, C. 1998, Individual freedom and social choice. In Fleurbaey et al. [5], ch. 3, pp. 49–68.
- [18] ROSENBAUM, E. F. 2000. On measuring freedom. *Journal of Theoretical Politics* 12, 2, pp. 205–227.
- [19] SEN, A. K. 1985. *Commodities and Capabilities*. Oxford University Press.
- [20] STEINER, H. 1983, How free : Computing personal liberty. In *Of liberty*, Phillips-Griffiths, Ed. Cambridge University Press, pp. 73–89.
- [21] VAN HEES, M. 1998. On the analysis of negative freedom. *Theory and Decision* 45, pp. 175–197.
- [22] VAN HEES, M. 1999, Freedom of choice and diversities of options : Some difficulties. In *Logic, game theory, and social choice. Proceedings of the International Conference, LGS'99*, H. de Swart, Ed.